

2303000501013001-S
EXAMINATION MARCH-APRIL 2024
BACHELOR OF SCIENCE (FIRST SEMESTER)(ATKT)
MAJOR-1 MATHEMATICS PAPER - I THEORY
(FUNCTIONS OF COMPLEX VARIABLES)-LEVEL 3

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks:35]

Instructions:

1. Fill up strictly the following details on your answer book

- a. Name of the Examination : **BACHELOR OF SCIENCE (FIRST SEMESTER)(ATKT)**
 - b. Name of the Subject : **MAJOR-1 MATHEMATICS PAPER - I THEORY (FUNCTIONS OF COMPLEX VARIABLES)-LEVEL 3**
 - c. Subject Code No : **2303000501013001-S**
2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

Q.1 નીચે આપેલ પ્રશ્નોનાં જવાબ ટૂંકમાં લખો. (ગમે તે પાંચ).

5

Answer any Five from the following.

1. $(\cos \pi/6 + i \sin \pi/6)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$

2. $\sin 12 \theta$ ના વિસ્તરણ નું અંતિમ પદ શોધો.

Find the last term in the expansion of $\sin 12 \theta$.

3. $1 - \tanh^2 \theta = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. $\coth^{-1} x$ નું સૂત્ર લખો.

Write the formula for $\coth^{-1} x$.

5. $\text{Log}(-5)$ ની મુખ્ય કિંમત લખો.

Write the principal value of $\text{Log}(-5)$.

6. $\tan(i\theta) = \underline{\hspace{2cm}}$

Q.2 નીચે આપેલ પ્રશ્નોનાં જવાબ લખો. (ગમે તે બે).

10

Answer Any Two from the following.

1. $\sin 5\theta$ નું $\sin \theta$ ની પદાવલિમાં નિરૂપણ કરો.
Write the expression of $\sin 5\theta$ in terms of only $\sin \theta$.
2. જો $x = \cos \theta + i \sin \theta$ તો સાબિત કરો કે $\frac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1} = i \tan n\theta$.
If $x = \cos \theta + i \sin \theta$ then find prove that $\frac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1} = i \tan n\theta$.

3. સાબિત કરો કે

$$\begin{aligned} & \{(\cos \theta + \cos \phi) + i(\sin \theta + \sin \phi)\}^n + \\ & \{(\cos \theta + \cos \phi) - i(\sin \theta + \sin \phi)\}^n \\ & = 2^{n+1} \cos^n \left(\frac{\theta-\phi}{2}\right) \cos n \left(\frac{\theta+\phi}{2}\right) \end{aligned}$$

Prove that

$$\begin{aligned} & \{(\cos \theta + \cos \phi) + i(\sin \theta + \sin \phi)\}^n + \\ & \{(\cos \theta + \cos \phi) - i(\sin \theta + \sin \phi)\}^n \\ & = 2^{n+1} \cos^n \left(\frac{\theta-\phi}{2}\right) \cos n \left(\frac{\theta+\phi}{2}\right) \end{aligned}$$

Q.3 નીચે આપેલ પ્રશ્નોનાં જવાબ લખો. (ગમે તે બે).

10

Answer Any Two from the following.

1. યુલરના વિસ્તરણ સૂત્રનો ઉપયોગ કરીને $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan 2\theta - 2 \tan \theta}{\theta^3}$ શોધો.

Find $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan 2\theta - 2 \tan \theta}{\theta^3}$ using Euler's expansion formula.

2. $x = a \cosh \theta$ અને $y = b \coth \theta$ માથી θ નું નિરસન ફલ શોધો.
Eliminate of θ from $x = a \cosh \theta$ and $y = b \cosh \theta$.

3. $\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ સૂત્ર સાબિત કરો.

Derive the formula for $\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

Q.4 નીચે આપેલ પ્રશ્નોનાં જવાબ લખો. (ગમે તે બે).

10

Answer Any Two from the following.

1. જો $u = \log_e \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$ હોય તો સાબિત કરો કે $\tanh\left(\frac{u}{2}\right) = \tan \frac{\theta}{2}$.

If $u = \log_e \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$ then prove that $\tanh\left(\frac{u}{2}\right) = \tan \frac{\theta}{2}$.

2. જો $\sin(u + iv) = x + iy$ હોયતો સાબિત કરો કે $\frac{x^2}{\sin^2 u} - \frac{y^2}{\cos^2 u} = 1$.

If $\sin(u + iv) = x + iy$ then prove that $\frac{x^2}{\sin^2 u} - \frac{y^2}{\cos^2 u} = 1$.

3. $\text{Log}(1 + i)$ ની મુખ્ય કિંમત શોધો.

Evaluate the principal value of $\text{Log}(1 + i)$.
